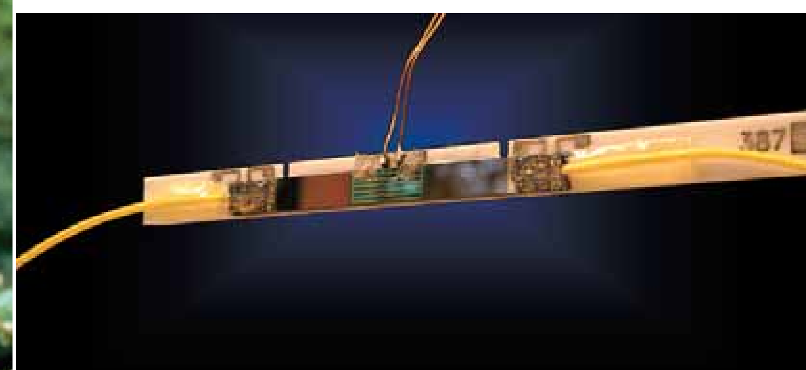
Адиабатические моды плавно-нерегулярного открытого волновода: нулевое приближение

Егоров А.А.,[1] Севастьянов А.Л.,[2]
Ловецкий К.П.,[2] Севастьянов Л.А. ,[2, 3]

[1] *Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН*
[2] *Российский университет дружбы народов*
[3] *Объединенный институт ядерных исследований*

Цель работы

Проектирование интегрально-оптических устройств, основанных на эффекте медленно вытекающих мод



Mierij Meteo bv

Электродинамическая задача

Уравнения Максвелла в отсутствие внешних токов и зарядов

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \qquad rot\,\vec{H} = \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Решение ищем в виде

$$\left.\begin{matrix}\vec{E}(x,y,z,t)\\ \vec{H}(x,y,z,t)\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\vec{E}(x;y,z)\\ \vec{H}(x;y,z)\end{matrix}\right\}\frac{\exp\{i\omega t - i\varphi(y,z)\}}{\sqrt{\beta(y,z)}},$$

где $\beta(y,z) = \frac{1}{k_0}\sqrt{(\frac{\partial\varphi}{\partial y})^2 + (\frac{\partial\varphi}{\partial z})^2}$

Граничные условия $\vec{E}_\tau\Big|_{x-0} = \vec{E}_\tau\Big|_{x+0} \qquad \vec{H}_\tau\Big|_{x-0} = \vec{H}_\tau\Big|_{x+0}$

Этапы решения задачи

1. Решение задачи для нулевого приближения асимптотического метода и сравнение результатов с имеющимися общеизвестными результатами
2. Решение задачи для первого приближения асимптотического метода
3. Решение полной задачи

Постановка задачи для нулевого приближения

Из уравнений Максвелла можно получить следующие дифференциальные уравнения для полей E и H

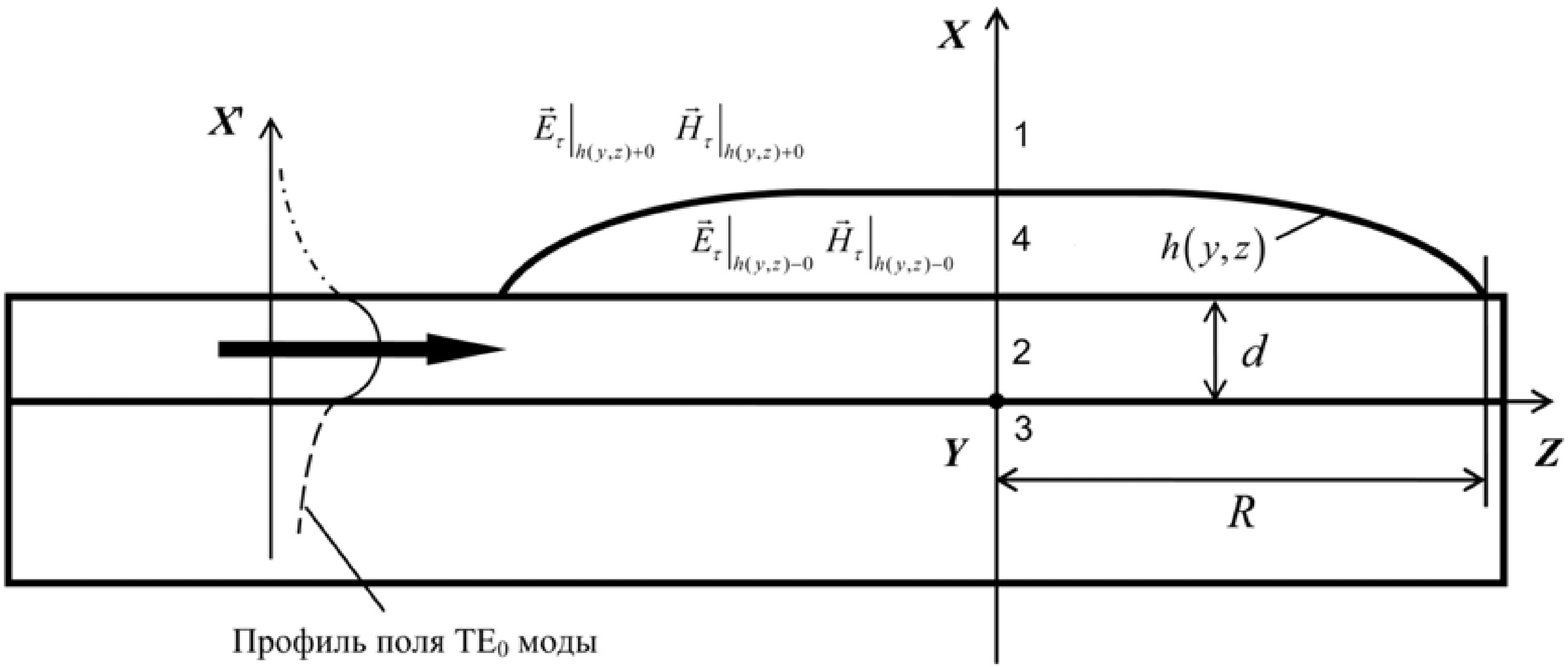
$$\frac{d^2E_z}{dx^2}+\chi^2E_z=0;\quad H_y=-\frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2}\frac{dE_z}{dx};$$

$$\frac{d^2H_z}{dx^2}+\chi^2H_z=0;\quad E_y=\frac{i\omega\mu}{\chi^2}\frac{dH_z}{dx};$$

$$\chi=k_0\sqrt{\varepsilon\mu-\beta^2}.$$

полное совпадение с общеизвестными уравнениями для регулярного волновода

ТПВЛ Люнеберга



По оси Ох разбиваем область на подобласти с постоянным значением коэффициента диэлектрической проницаемости

Вид решения в нулевом приближении

Фундаментальная система решений дифференциальных уравнений имеет вид

$$y_i(x) = \begin{cases} A_i^c \sin(\chi_i x) + A_i^c \cos(\chi_i x) \quad , \quad при\ \beta < n_i \\ A_i^+ \exp(\gamma_i x) + A_i^- \exp(-\gamma_i x) \quad , \quad при\ \beta > n_i \end{cases}$$

Затем записываем граничные условия для тангенциальных компонент полей E и H.

$$E_z^s(a_1) = E_z^f(a_1) \qquad H_y^s(a_1) = H_y^f(a_1)$$

$$E_z^f(a_2) = E_z^l(a_2) \qquad H_y^f(a_2) = H_y^l(a_2)$$

$$E_z^l(a_3) = E_z^c(a_3) \qquad H_y^l(a_3) = H_y^c(a_3)$$

Пример записи граничных условий

$$\text{Например, при } \beta < n_f$$

$$E_s(a_1) = E_f(a_1) : A_s \exp\left[\gamma_s a_1\right] = A_f^c \cos\left(\chi_f a_1\right) + A_f^s \sin\left(\chi_f a_1\right)$$

$$H_s(a_1) = H_f(a_1) : -\frac{ik_0}{\mu}\gamma_s A_s \exp\left[\gamma_s a_1\right] = -\frac{ik_0}{\mu}\chi_f\left[-A_f^c \sin\left(\chi_f a_1\right) + A_f^s \cos\left(\chi_f a_1\right)\right]$$

$$E_f(a_2) = E_l(a_2) : A_f^c \cos\left(\chi_f a_2\right) + A_f^s \sin\left(\chi_f a_2\right) = A_l^c \cos\left(\chi_l a_2\right) + A_l^s \sin\left(\chi_l a_2\right)$$

$$H_f(a_2) = H_l(a_2) : -\frac{ik_0}{\mu}\chi_f\left[-A_f^c \sin\left(\chi_f a_2\right) + A_f^s \cos\left(\chi_f a_2\right)\right]$$

$$= -\frac{ik_0}{\mu}\chi_l\left[-A_l^c \sin\left(\chi_f a_2\right) + A_l^s \cos\left(\chi_l a_2\right)\right]$$

$$E_l(a_3) = E_c(a_3) : A_l^c \cos\left(\chi_l a_3\right) + A_l^s \sin\left(\chi_l a_3\right) = A_c \exp\left[-\gamma_c a_3\right]$$

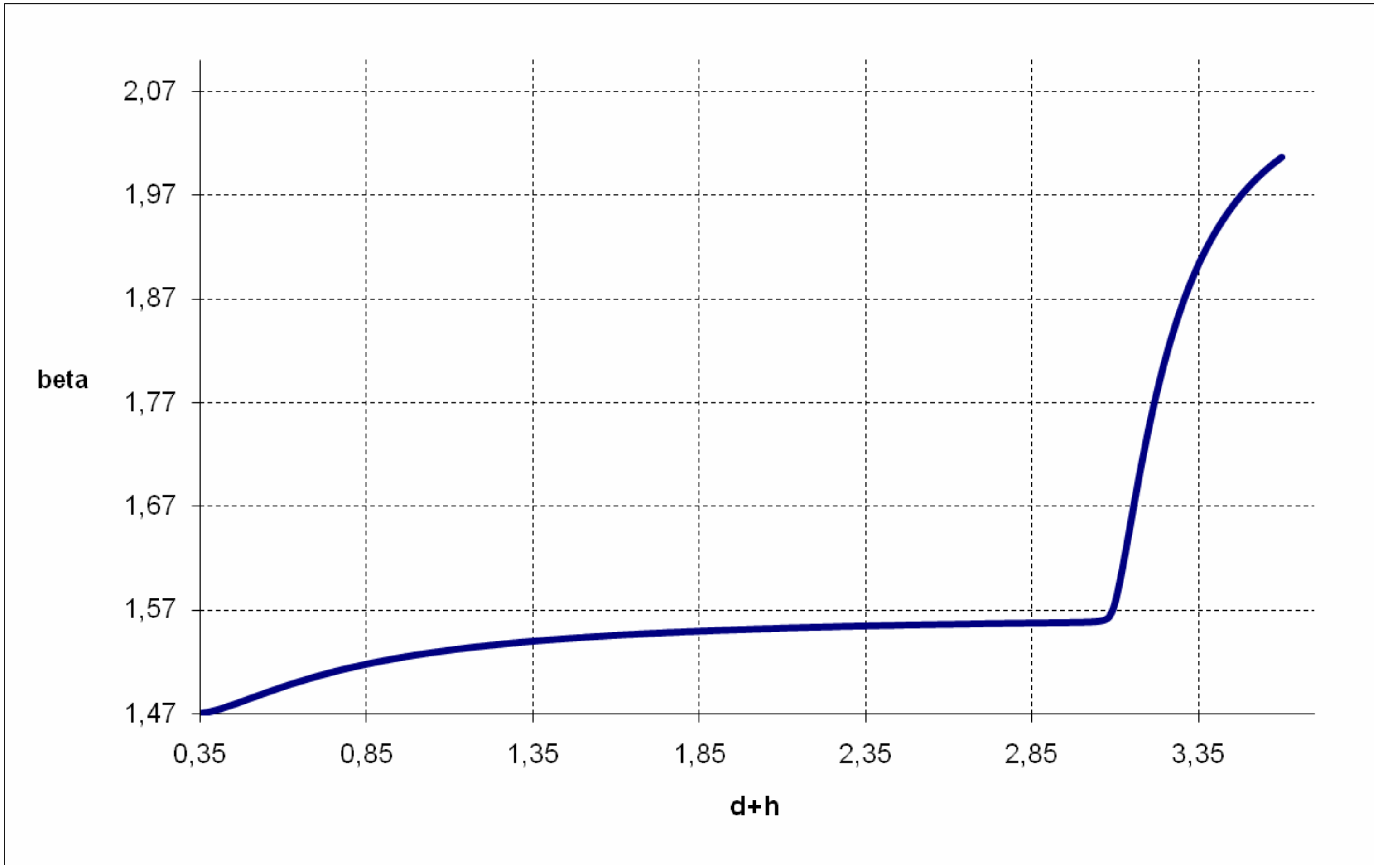
$$H_l(a_3) = H_c(a_1) : -\frac{ik_0}{\mu}\chi_l\left[-A_l^c \sin\left(\chi_l a_3\right) + A_l^s \cos\left(\chi_l a_3\right)\right] = \frac{ik_0}{\mu}\gamma_c A_c \exp\left[-\gamma_c a_3\right]$$

Метод расчета дисперсионной зависимости

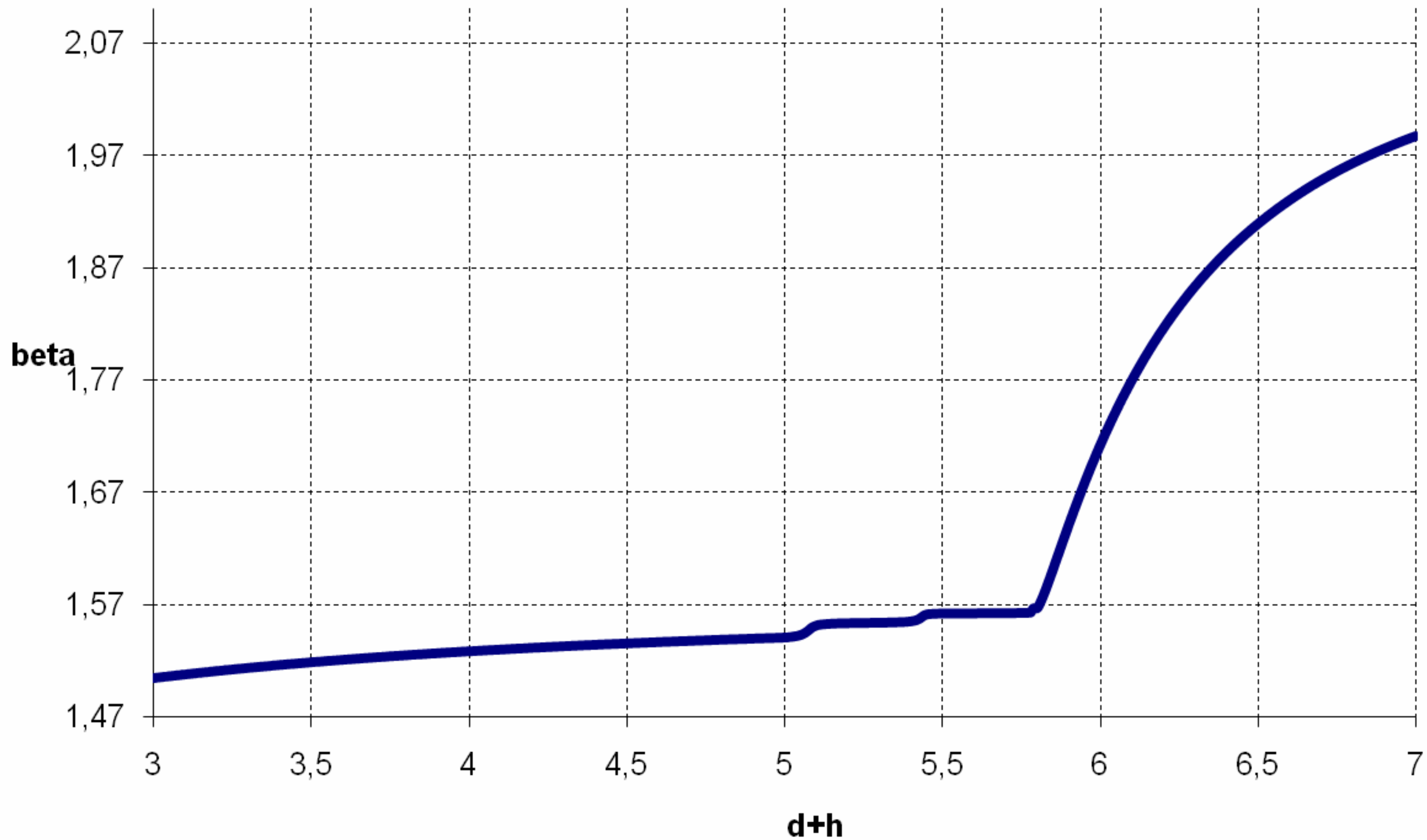
- В традиционном подходе приводят систему уравнений к одному тригонометрическому уравнению
- В нашем подходе из граничных условий формируется однородная СЛАУ относительно амплитуд полей E и H

$$\hat{M}\vec{A} = \vec{0} \qquad \det \hat{M} = 0$$

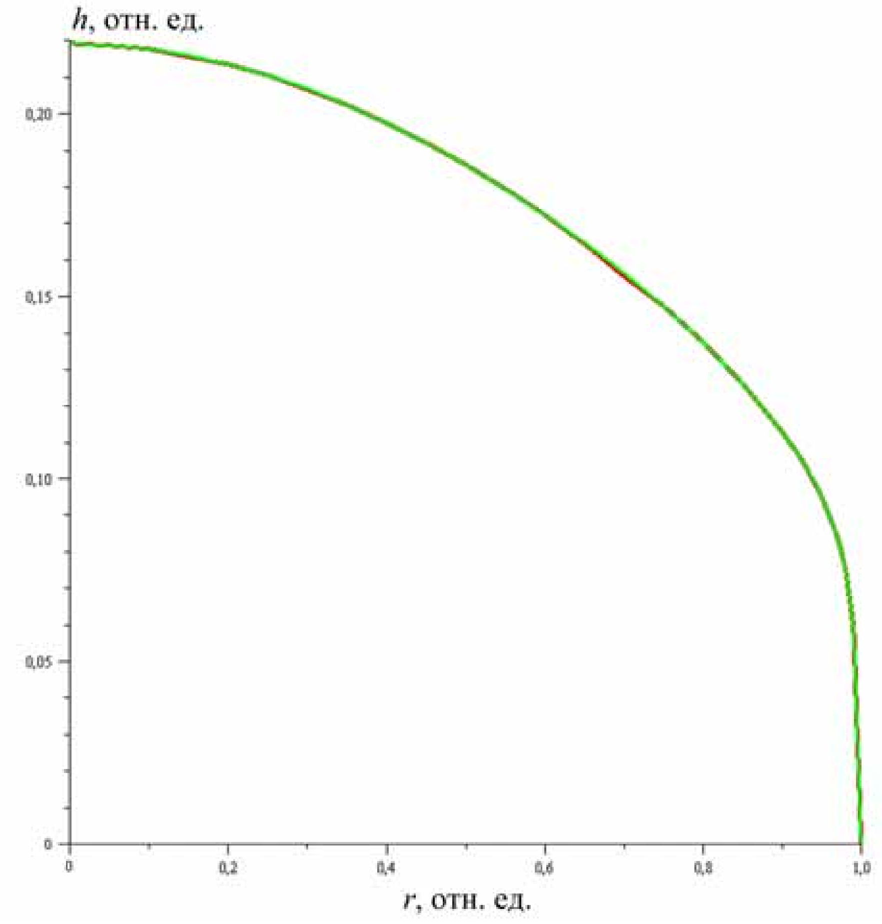
Дисперсионная кривая



Дисперсионная кривая с особенностью



Сравнение с результатами Саутвелла



Вычисление полей

- Для решения однородной СЛАУ использован метод регуляризирующего функционала А.Н.Тихонова

$$F\left(\vec{A}\right)=\left\|\hat{M}\left(\beta_k\right)\vec{A}\right\|^2+\alpha\left\|\vec{A}-\vec{A}_0\right\|^2\to\min$$

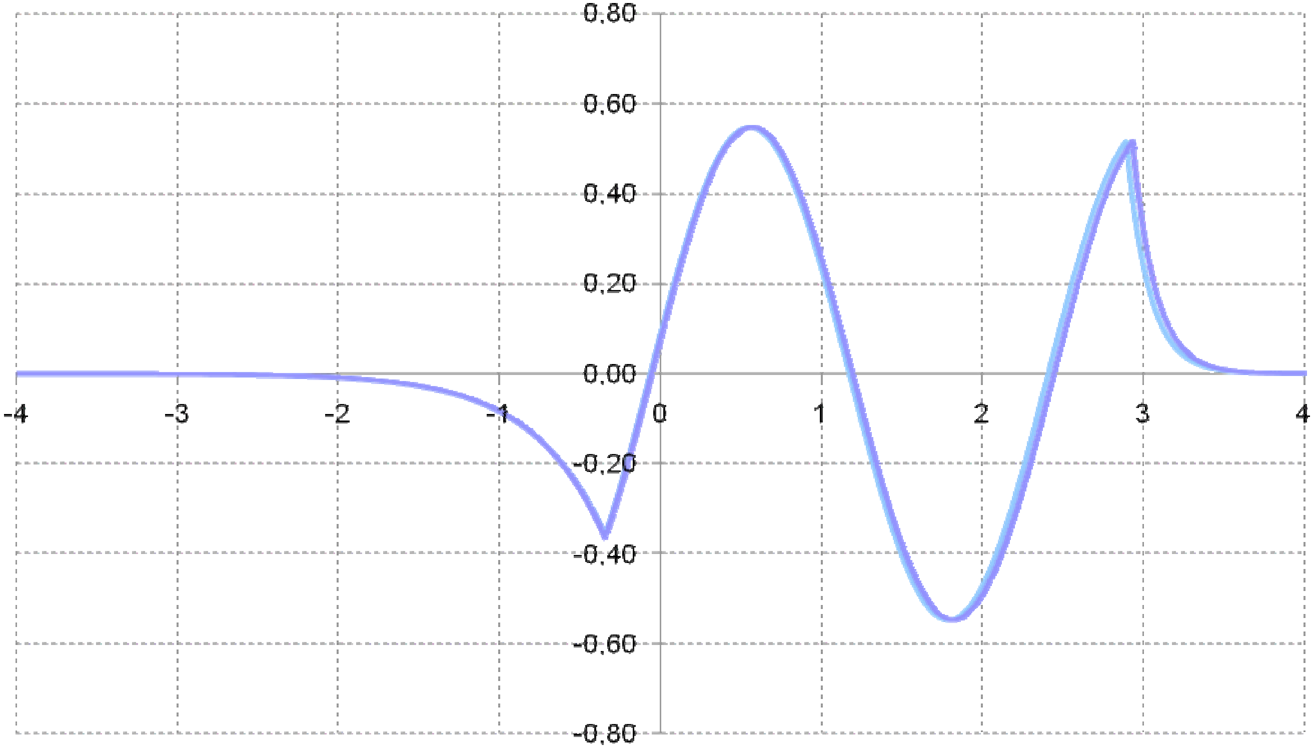
- Для неизвестной мощности входящего излучения применен метод точной штрафной функции

$$F_1\left(\vec{A}\right)=\left\|\hat{M}\left(\beta_k\right)\vec{A}\right\|^2+\alpha_1\left(\left\|\vec{A}\right\|^2-1\right)^2\to\min$$

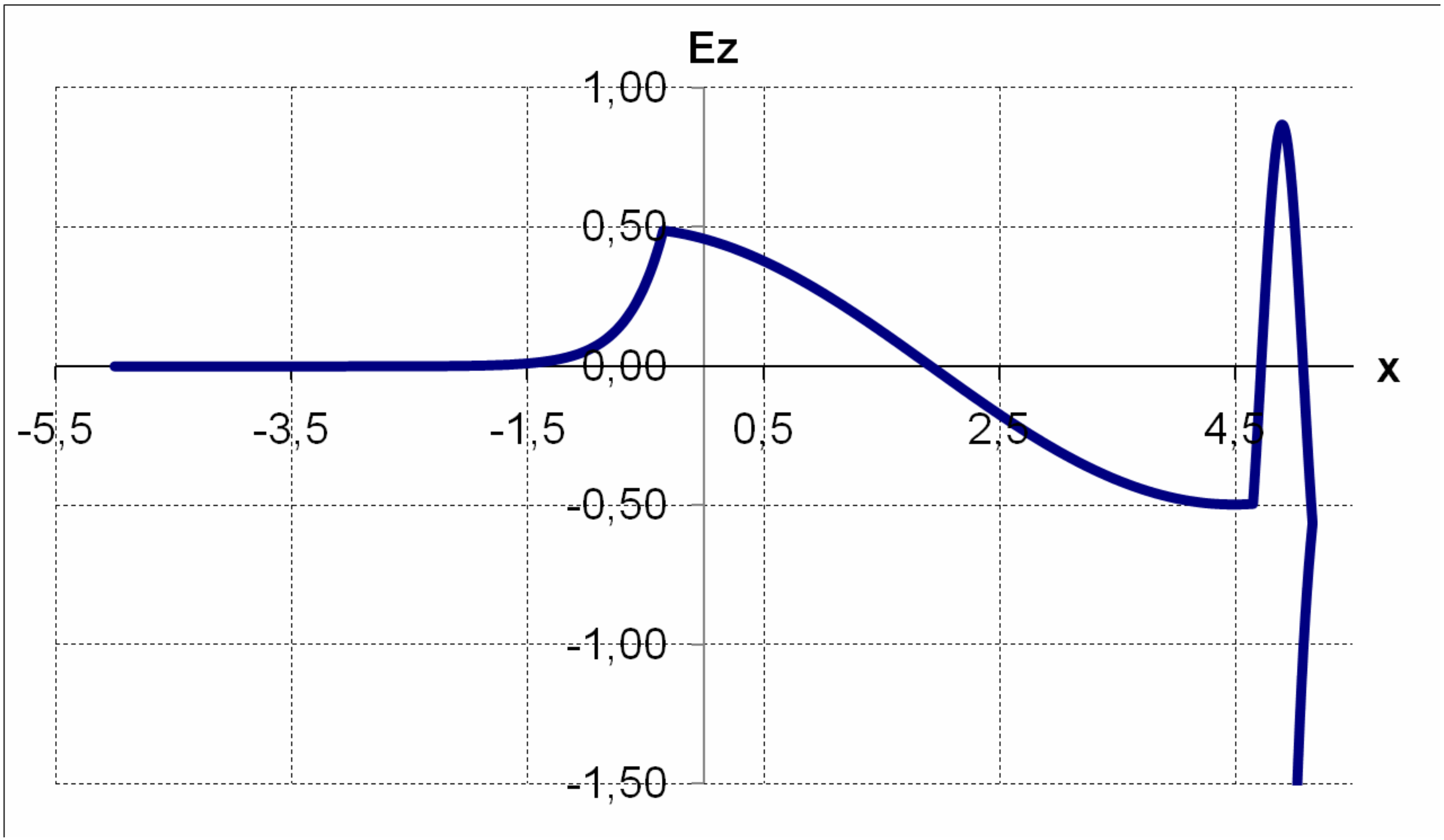
Расчитанные поля

beta = 1,51189884035155
d = 3,24048096192385
h = 0

beta = 1,51301245956727
d = 3,28056112224449
h = 0



Вид поля в области расположения «ступеньки» на дисперсионной кривой



Результаты

- Модель в нулевом приближении асимптотического метода совпадает с общеизвестными результатами
- Непрерывный расчет дисперсионной кривой и диагностика появления медленных вытекающих мод
- Реализован устойчивый алгоритм расчета полей в закритических областях

Литература

1. Дерюгин Л.Н., Марчук А.Н., Сотин В.Е. // *Изв. Вузов. Радиоэлектроника*, **10**, 134 (1967).
2. Маркузе Д. **Оптические волноводы** (М.: Мир, 1974).
3. Золотов Е.М., Киселев В.А., Сычугов В.А. // *УФН*, **112**, 231 (1974).
4. Адамс М. **Введение в теорию оптических волноводов** (М.: Мир, 1984).
5. Хансперджер Р. **Интегральная оптика: Теория и технология** (М.: Мир, 1985).
6. Снайдер А., Лав Дж. **Теория оптических волноводов** (М.: Радио и связь, 1987).
7. Нефедов Е.И. **Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах** (М.: Наука, 1979).
8. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. **Геометрическая оптика неоднородных сред** (М.: Наука, 1980).
9. Бабич В.М., Булдырев В.С. **Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн** (М.: Наука, 1972).
10. Г. А. Корн, Т. М. Корн. Справочник по математике для ученых и инженеров (Наука, Москва, 1974).

Опубликованные результаты

1. А. А. Egorov, Laser Physics Letters. **1**, 579 (2004).
2. А. А. Егоров, Изв. Вузов. Радиофизика. **48**, 63 (2005).
3. А. А. Egorov, Optical Engineering. **44**, 014601-1 (2005).
4. А. А. Егоров, Оптика и Спектроскопия. **103**, 638 (2007).
5. Л. А. Севастьянов, А. А. Егоров, Оптика и Спектроскопия. **105**, 632 (2008).
6. A. A. Egorov, L. A. Sevastianov, A. L. Sevastianov, K. P. Lovetskiy // ICO Topical Meeting on Optoinformatics/Information Photonics 2008. September 15-18, 2008. St. Petersburg. Russia. St. Petersburg: ITMO, 231 (2008).
7. А. А. Егоров, Л. А. Севастьянов, А. Л. Севастьянов // ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ.№6, 1-20 (2008).
8. А. Л. Севастьянов // Международная научная конференция «Моделирование нелинейных процессов и систем 2008».
9. А. А. Егоров, Л. А. Севастьянов // *Квантовая Электроника. **39**, № 6, с. 566-574 (2009).*

“Adiabatic modes of smoothly irregular open waveguide: zero approximation”

A.A.Egorov, A.L.Sevastyanov, K.P.Lovetskiy, L.A.Sevastianov

Adiabatic model of smoothly irregular multilayer optical waveguides in absence of irregularities coincides with regular waveguide model in terms of longitudinal components of electromagnetic fields of waveguide modes. Such a model deals with transfer matrix formalism. The same formalism is also valid for investigation of waveguide and leaky modes of regular waveguide. We have used this formalism to calculate dispersion relations and field amplitudes with the help of regularized method of solution of homogeneous system of linear algebraic equations.

Спасибо за внимание!