

Неэллипсоидальные конфигурации вращающихся намагниченных ньютоновских политроп с малым индексом

И.В. Пузынин (ОИЯИ), В.П. Цветков, С.А. Михеев (ТвГУ)

Мы будем предполагать, что уравнение состояния ядерного вещества пульсара имеет вид политропы:

$$P = K \rho^{1+\frac{1}{n}}, \quad n - \text{индекс политропы, } P - \text{давление, } \rho - \text{плотность,}$$

В нашем случае слабой сжимаемости, имеем $n \gg 1$.

В основу развиваемой нами математической модели вращающихся намагниченных политроп с малым индексом положим уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi a_1^2} \int_D \left(\frac{1}{|\mathbf{r}'|} - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dV' + \frac{n}{2\pi a_1^2} \int_{D_0} \left((\Theta_0 - 1) - \frac{65}{36} (\Theta_0 - 1)^2 \right) \times \\ & \times \left(\frac{1}{|\mathbf{r}'|} - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dV' + K_0 (1+n) (\Theta - 1) - \varepsilon \frac{\mathbf{r}_\perp^2}{a_1^2} = \eta_m (x_1^2 - x_2^2), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi G \rho_0}, \quad K_0 = \frac{P_0}{2\pi G \rho_0^2 a_1^2}, \quad \eta_m = \frac{k B_0^2 \sin^2 \alpha}{16\pi^2 G \rho_0^2 a_1^2},$$

ω - угловая скорость вращения конфигурации, P_0 , ρ_0 - центральные давление и плотность соответственно, G - гравитационная постоянная, B_0 - характерное значение магнитной индукции в центре конфигурации, α - угол наклона магнитной оси к оси вращения, k - показатель скорости убывания магнитного поля при удалении от магнитной оси,

$\vec{r}_\perp = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2$, $x_1 = \frac{x}{a_1}$, $x_2 = \frac{y}{a_1}$, $x_3 = \frac{z}{a_3}$, a_1, a_3 - длины большой и малой

полуосей эллипсоида вращения, аппроксимирующего реальную поверхность конфигурации;

$$D_0: \Theta_0(\mathbf{r}) = 1 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \frac{1}{2}(Z_{200} - Z_{020})(x_1^2 - x_2^2) \geq 0 \quad (2a)$$

$$D: \Theta(\mathbf{r}) = \Theta_0(\mathbf{r}) - n \sum_{i+j+k=4}^{i+j+k=6} Z_{ijk} x_1^i x_2^j x_3^k \geq 0 \quad (2b)$$

Для определения неизвестных значений параметров конфигурации Z_{ijk} , ε , K_0 получаем систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$H_l(Z_{ijk}, \varepsilon, K_0, e, n) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

В нашем случае ($0 < i + j + k \leq 6$) $N = 19$

С физической точки зрения ε свободный параметр, а e вычисляемый. Однако из удобства вычислений проще считать e свободным параметром, а ε вычисляемым.

Коэффициенты, определяющие структуру конфигурации, будем искать в виде разложения по степеням малого параметра асимметрии X до квадратичного включительно:

$$Z_{ijk} = \frac{\left(\frac{i+j}{2}\right)!}{\left(\frac{i}{2}\right)!\left(\frac{j}{2}\right)!} Z_{i+j,k} + Z_{[ij]k} X + Z_{1(ij)k} X^2 \quad (4)$$

$$Z_{1(ij)k} = Z_{1(ji)k}, Z_{[ij]k} = -Z_{[ji]k}, Z_{[20]0} = 1, Z_{20} = Z_{02} = 0$$

При $X = 0$ конфигурация представляет собой фигуру вращения.

Тогда система уравнений (3) примет вид:

$$\left\{ f_l(Z_{(i+j)k}, \varepsilon, K_0, e, n) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, N_1 \quad (3a) \right.$$

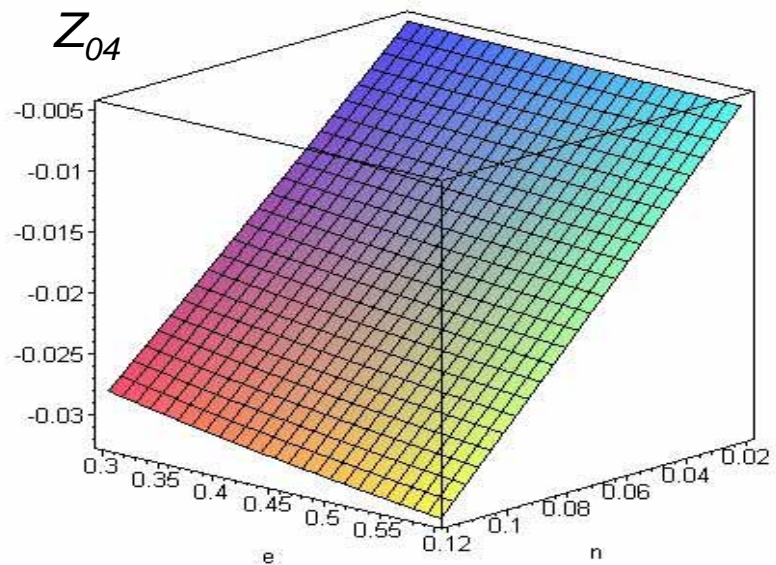
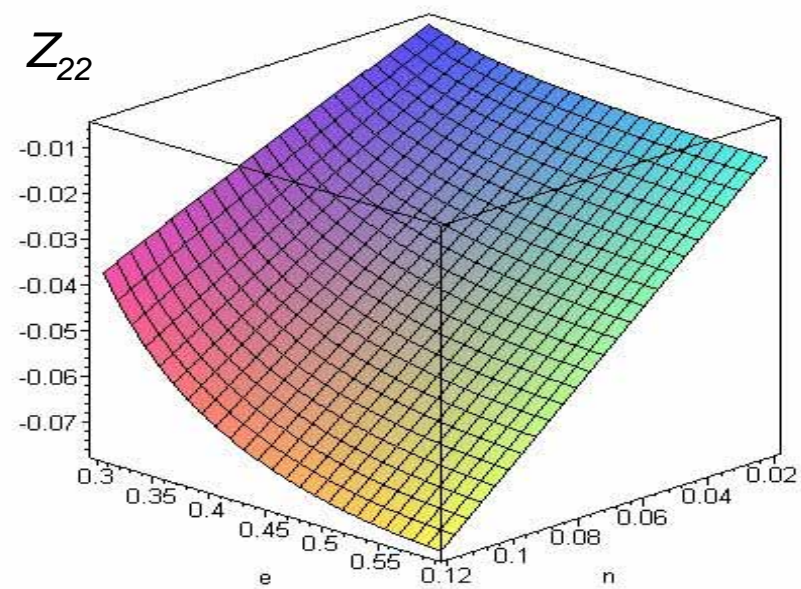
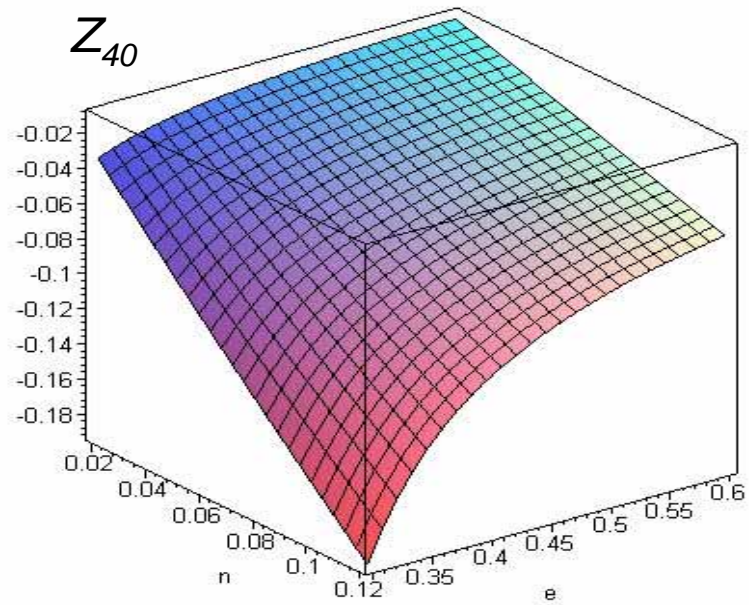
$$\left. \left\{ (A_l^p(Z_{(i+j)k}, K_0, e, n) \tilde{x}_p) X + (B_l^{ptr}(Z_{(i+j)k}, K_0, e, n) \tilde{x}_p \tilde{x}_t \tilde{x}_r) X^3 = \eta_m \delta_{l1}, \quad l, p, t, r = 1, 2, \dots, N_2 \quad (3b) \right. \right.$$

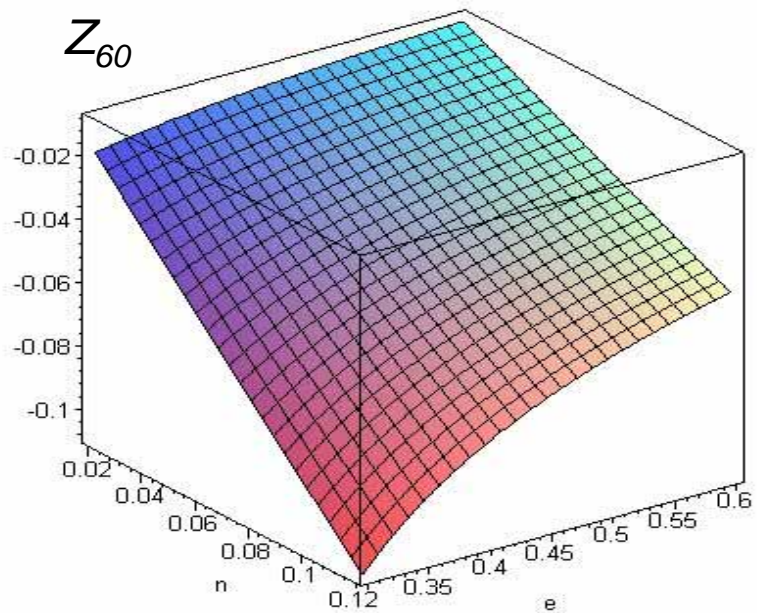
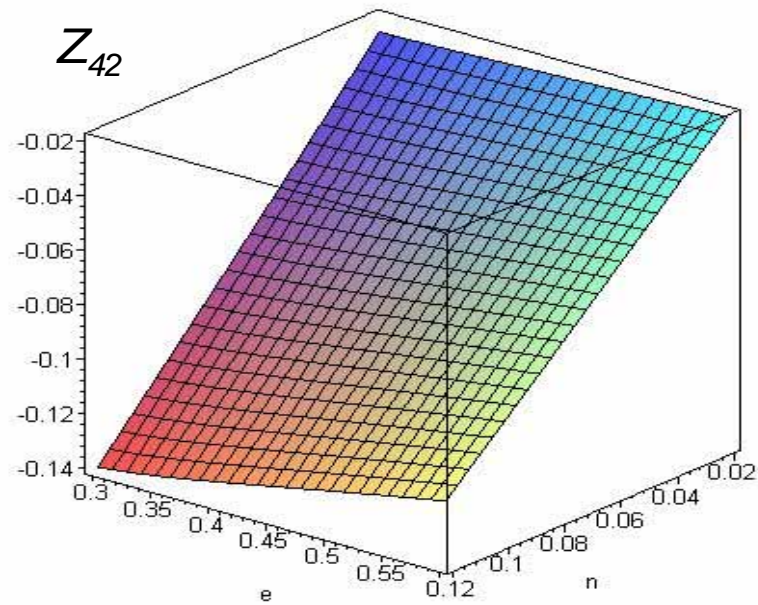
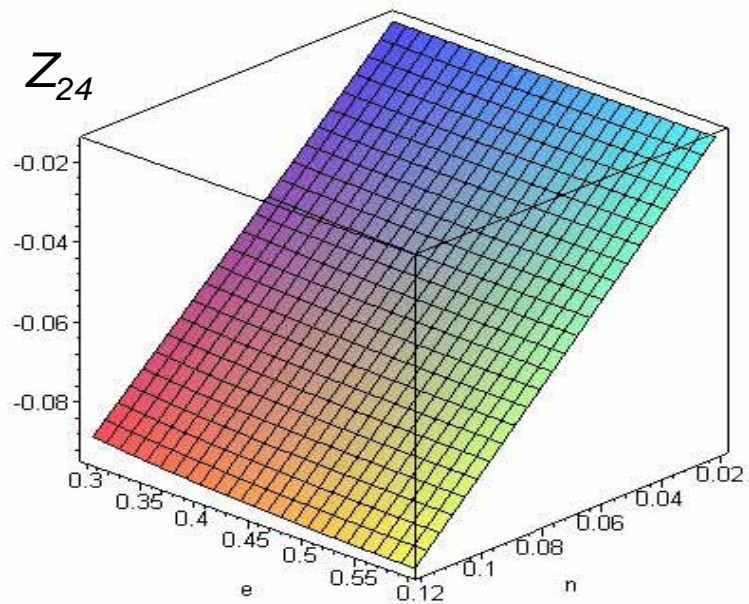
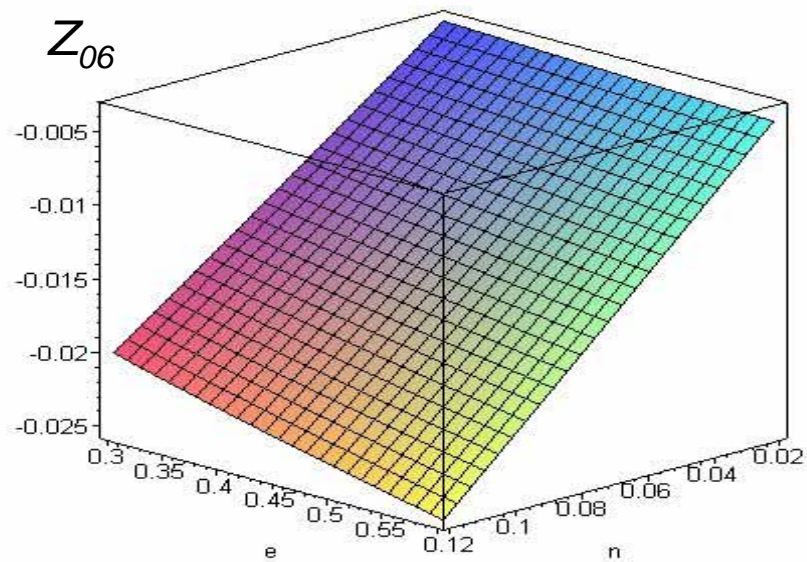
$$N_1 = \frac{1}{8}(L+2)(L+4)$$

В нашем случае ($0 < i + j + k \leq 6$) $N_1 = 13, \quad N_2 = 7$

$$f_l(Z_{(i+j)k}, \varepsilon, K_0, e, n) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, N_1 \Leftrightarrow \mathbf{f}(\mathbf{y}, e, n) = 0, \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{N_1})$$

$$\mathbf{y}^{(n+1)}(e, n) = \mathbf{y}^{(n)}(e, n) - \tau_n [\alpha \mathbf{f}^2(\mathbf{y}^{(n)}(e, n), e, n) + \tilde{\mathbf{f}}'(\mathbf{y}^{(n)}(e, n), e, n) \mathbf{f}'(\mathbf{y}^{(n)}(e, n), e, n)]^{-1} \times \tilde{\mathbf{f}}'(\mathbf{y}^{(n)}(e, n), e, n) \mathbf{f}(\mathbf{y}^{(n)}(e, n), e, n) \quad (4)$$



Z_{60}  Z_{42}  Z_{24}  Z_{06} 

Исследуем структуру найденной конфигурации вблизи экватора.

Экваториальный радиус конфигурации определяется из условия:

$$1 - r_{eq}^2 - Z_{40} r_{eq}^4 - Z_{60} r_{eq}^6 = 0 \quad (5)$$

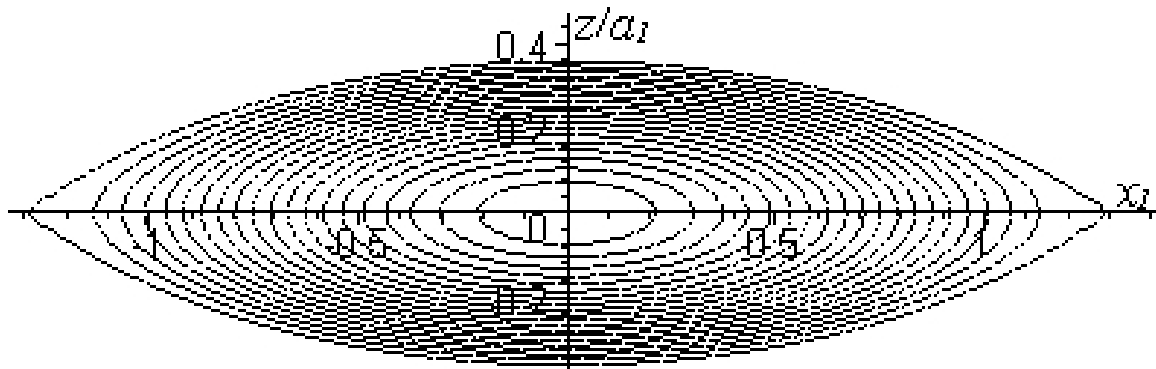
Важными геометрическими характеристиками поверхности конфигурации вблизи экватора являются значения главных кривизн:

$$\gamma_{\min}(eq) = \frac{1}{a_1 r_{eq}}; \quad (6)$$

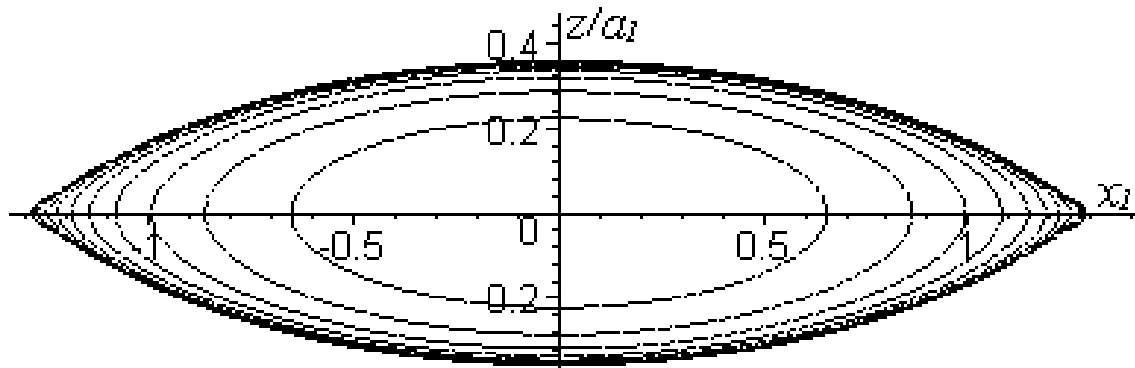
$$\gamma_{\max}(eq) = \frac{2}{a_1 e^2 r_{eq}} \frac{1}{\left| \frac{\partial \Theta(r_{eq})}{\partial r_{eq}} \right|} = \frac{2}{a_1 e^2 r_{eq}^2} \frac{1}{\left| 1 + 2Z_{40} r_{eq}^2 + 3Z_{60} r_{eq}^3 \right|} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \Theta(e_L, r_{eq}, n) = 0 \\ \frac{\partial \Theta(e_L, r_{eq}, n)}{\partial r_{eq}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - r_{eq}^2 - Z_{40} r_{eq}^4 - Z_{60} r_{eq}^6 = 0, \\ 1 + 2Z_{40} r_{eq}^2 + 3Z_{60} r_{eq}^3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Распределение относительного давления $\Theta^{n+1}(x_1^2, x_2 = 0, x_3^2)$
в случае $n=0.1, e_L=0.3506$



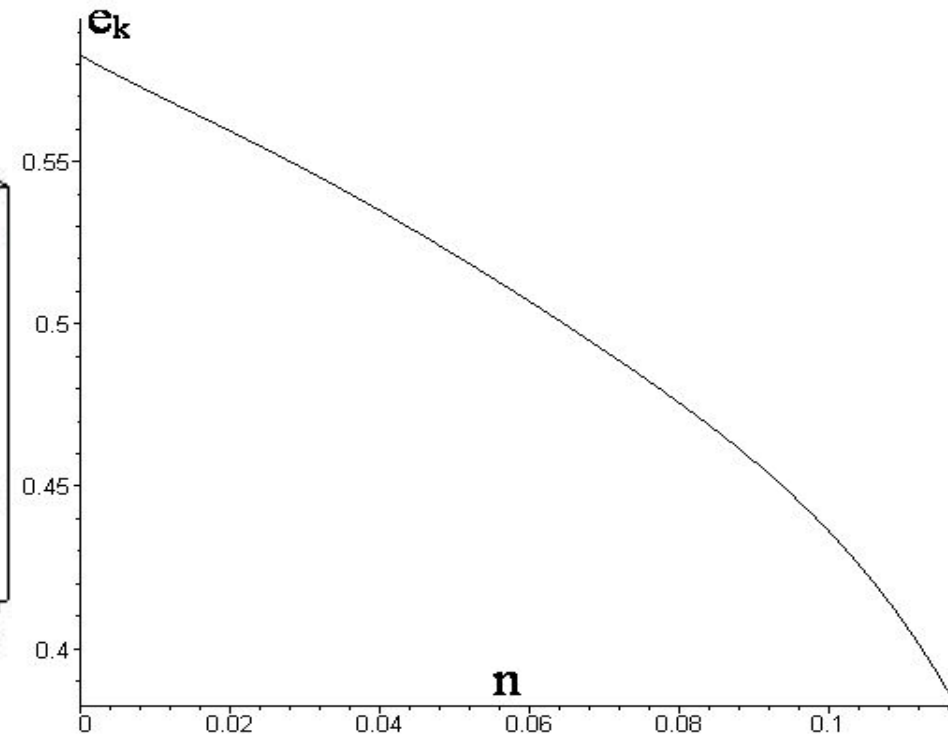
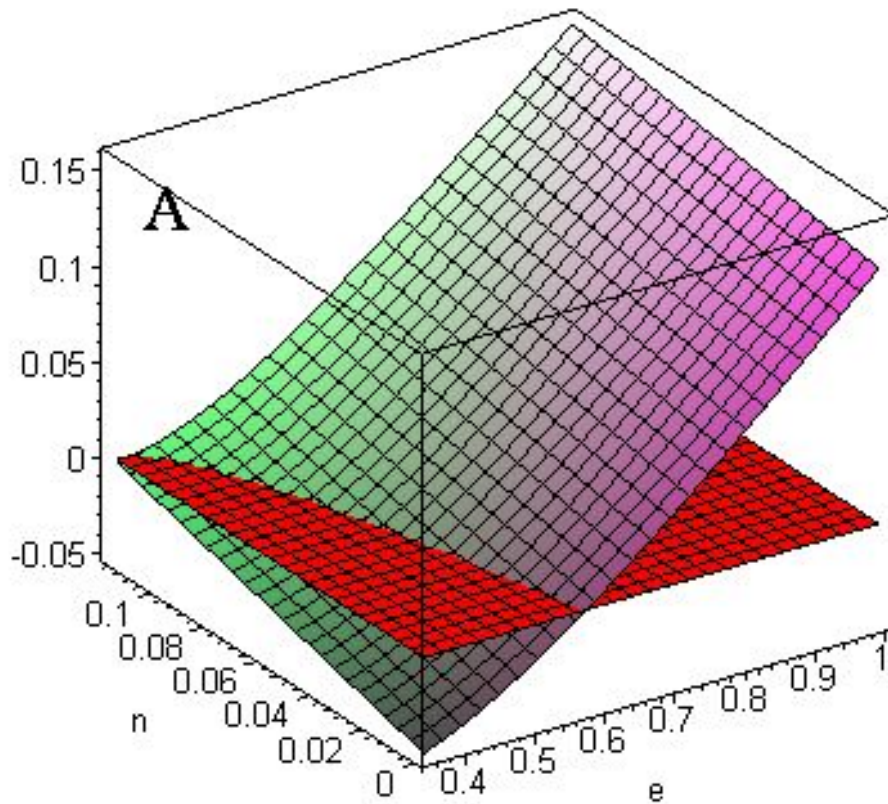
Распределение относительной плотности $\tilde{\rho}(x_1^2, x_2 = 0, x_3^2)$
в случае $n=0.1, e_L=0.3506$

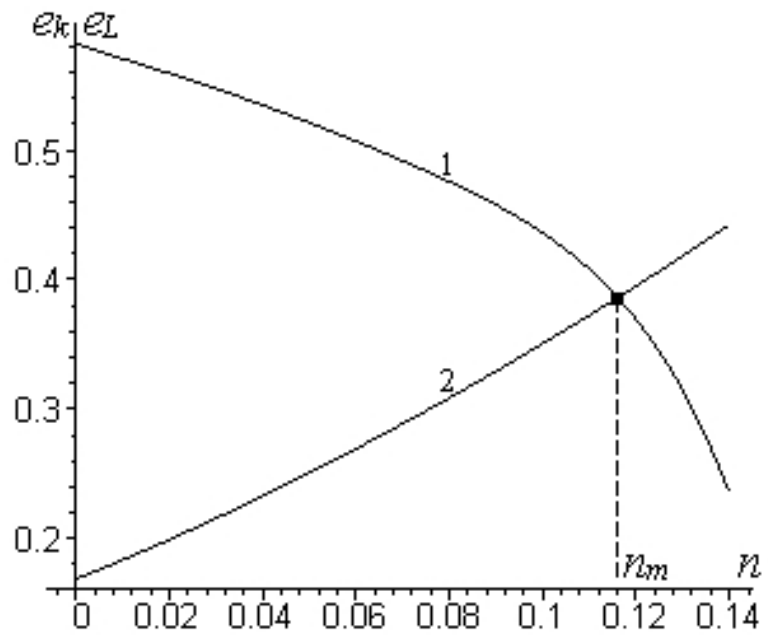


$$A(e, n)X + B(e, n)X^3 = \eta_m \quad (9)$$

$$A(e_k, n) = 0 \Rightarrow e_k = e_k(n) \quad (10)$$

$$B(e, n) = B(e_k(n), n) \approx B(e_k(n=0), n=0) = B_{0k} = -0.01522.$$





$$(n_m = 0.1161, e_m = 0.3862)$$